Bases de la programmation impérative

Ensimag 1A

1. Matrices

On se propose d'implémenter des opérations sur des matrices. Une matrice $n \times m$ sera stockée par un tableau de longueur n où chaque case contient un tableau de longueur m. Notons au passage qu'un tel stockage n'est pas envisageable pour des matrices de grande taille.

1.1. Écrire une fonction `identite(n)` renvoyant une matrice identité $n \times n$.

1.2. Écrire une fonction `construction(donnees, n, m)` prenant en entrée un tableau `donnees` de nm nombres et renvoyant la matrice correspondante (dans le tableau, les nombres sont stockés ligne par ligne : d'abord tous les coefficients de la ligne 1 dans l'ordre, puis ceux de la ligne 2, etc.)

1.3. Écrire une fonction `addition(a, b)` renvoyant la somme des matrices `a` et `b`. On rappelle que les coefficients $r_{i,j}$ de la matrice résultat vérifient $\forall i, \forall j : r_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$.

1.4. Écrire une fonction `multiplication(a, b)` renvoyant le produit des matrices `a` et `b`. On rappelle que les coefficients $r_{i,j}$ de la matrice résultat vérifient
$\forall i, \forall j : r_{i,j} = \sum_k a_{i,k} b_{k,j}$.

2. Relations

On considère l'implémentation de relations binaires internes. Une relation R sur un ensemble E est définie par un sous-ensemble G de E^2 et on dit que $x \in E$ est en relation avec $y \in E$ (noté xRy) si et seulement si $(x, y) \in G$.

Une manière simple de stocker une relation *sur un ensemble fini* consiste à numéroter les éléments de E puis à utiliser une matrice carrée booléenne M :
$\forall (x, y) \in E^2 : (x, y) \in G \Leftrightarrow$ `M[x][y]` est vrai

2.1. Une relation est dite réflexive ssi $\forall e \in E : eRe$. Écrire une fonction `est_reflexive(m)` renvoyant si la relation codée par la matrice `m` est réflexive.

2.2. Écrire un générateur permettant d'itérer sur toutes les cases d'une matrice, ligne par ligne (et dans l'ordre des colonnes pour chaque ligne).

2.3. Écrire un générateur permettant d'itérer sur toutes les cases d'une matrice, colonne par colonne (et dans l'ordre des lignes pour chaque colonne).

2.4. Une relation est dite symétrique ssi $\forall (x, y) \in E^2 : xRy \Rightarrow yRx$. En utilisant les générateurs précédents, écrire une fonction `est_symetrique(m)` renvoyant si la relation codée par la matrice `m` est symétrique. Que pourrait-on faire pour améliorer les performances ?