Bases de la programmation impérative

Ensimag 1A

1. Évaluation de polynômes par schéma de Horner

Dans cet exercice, on représente un polynôme à une indéterminée P par un tableau dont les indices sont les entiers entre 0 et le degré d de P.

Par exemple, on stocke le polynôme $x^5 + 3x^2 - 8x + 3$ dans une variable par `poly = [3, -8, 3, 0, 0, 1]`.

Écrire une fonction `valeur(poly, x)` qui renvoie la valeur du polynome `poly` au point `x`.

On utilisera le *schéma de Horner* qui repose sur l'égalité suivante :

$$\sum_{i=0}^{n+1} a_i X^i = a_0 + X.(\sum_{i=0}^{n} a_{i+1} X^i)$$

Combien de multiplications et d'additions sont nécessaires ?

2. Indices du maximum d'un tableau

Écrire une fonction `indices_max` qui prend en entrée un `tableau` d'objets comparables (par $>$) et retourne un tableau des indices où il contient le maximum. Que faire si `tableau` est vide ?

3. Conjecture de Syracuse

La conjecture de Syracuse est une conjecture mathématique célèbre qui considère la suite d'entiers définie par (avec u_0 quelconque) :

— si u_i est pair alors $u_{i+1} = u_i/2$

— sinon $u_{i+1} = 3 * u_i + 1$

La conjecture postule que pour toute valeur entière > 0 de u_0, la suite finit toujours par atteindre la valeur 1.

3.1. Écrire une fonction `une_etape_syracuse` prenant en entrée u_i et renvoyant u_{i+1}.

3.2. Écrire une fonction `etapes_avant_1` prenant en entrée u_0 et renvoyant le nombre d'étapes nécessaires avant d'atteindre 1.

3.3. À l'aide d'un dictionnaire, modifiez votre fonction `etapes_avant_1` pour tirer parti des résultats des requêtes précédentes.

4. Fonctions injectives

On considère une fonction f dont les résultats sont stockés dans un dictionnaire (comme dans l'exercice précédent). On suppose que le dictionnaire associe un résultat à chaque entrée possible.

Écrire une fonction vérifiant si f est injective.